



北海道大学

自由落下する物体との完全非弾性衝突、 その後の鉛直方向単振動の問題が的中

入試問題

前期日程 総合入試(理系)、学部入試(医・歯・獣医・水産)
大問1 問1

河合塾

冬期講習
北大物理 1

1 以下の文中の (1) ~ (11) に適切な数式または数値を入れよ。

図1のように、質量を無視できるばね定数 k (N/m) のばねが、床から鉛直に設置され、下端が床に固定されている。鉛直下向きを x 軸の正方向にとり、ばねが静止し自然の長さであるときの上端の座標を原点 ($x = 0$) とする。ばねの上端に、厚さを無視できる質量 m (kg) の板 A を取り付けた。ばね、板、小球は、いずれも鉛直方向のみ運動し、空気抵抗は無視できるものとする。また、重力加速度の大きさを g (m/s²) とする。

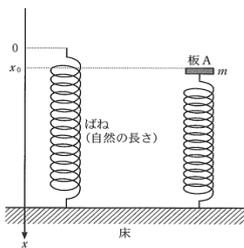


図1

問1 板 A とばねが静止し、つりあいの状態にあるとき、板 A の座標を x_0 (m) とすると、 $x_0 =$ (1) である。図2のように、大きさを無視できる質量 m (kg) の小球 B を、 x_0 から鉛直上向きに距離 h (m) だけ離れた位置から速さ v_0 (m/s) で鉛直下向きに射出した。小球 B が x_0 に達する直前の小球 B の速さを v_1 (m/s) とすると、 $v_1 =$ (2) である。その後、小球 B は、板 A と完全非弾性衝突し(反発係数 $e = 0$)、板 A と一体となって運動した。板 A と小球 B の衝突直後の速さ v_2 (m/s) は、 v_1 を用いて $v_2 =$ (3) と表される。このとき、衝突の前後で失われる力学的エネルギー ΔE (J) は、 v_1 を用いて、 $\Delta E =$ (4) と表される。その後、ばねは縮み、板 A と小球 B は一体のまま、座標 x_3 (m) で速さが 0 m/s となった。 x_3 は、 h 、 m 、 g を用いて、 $x_3 =$ (5) と表される。

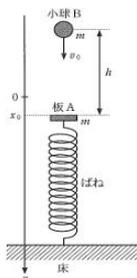


図2

1 2物体の衝突・鉛直方向の単振動

図1のように、質量の無視できるばねを鉛直に立てて下端を床に固定し、ばねの上端に厚さを無視できる質量 m (kg) の板を取り付ける。はじめ、板はばねが自然長となる位置 O の鉛直下方 x_0 (m) の位置 A で静止しており、板に働く重力とばねの力が釣り合っていた。この板の鉛直上方 h (m) の位置から、板と同じ質量 m (kg) の小球を初速度 0 (m/s) で落下させる。重力加速度の大きさを g (m/s²) として、以下の文章中の (1) ~ (8) に適切な数式を入れよ。問3は、計算の過程も含めてわかりやすく記述せよ。ただし、板と小球は鉛直方向のみ運動し、小球の大きさ、空気抵抗は無視できる。

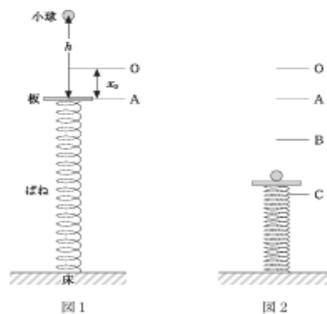


図1

図2

問1 板が位置 A にあるときの力のつり合いより、ばね定数は (1) [N/m] と求まる。また、このときのばねの弾性エネルギーは (2) [J] である。

問2 まず、小球と板が完全非弾性衝突(反発係数 $e = 0$) し、衝突後一体となって運動する場合を考える。

力学的エネルギー保存の法則より、位置 A にある板に衝突する直前の小球の速さは (3) [m/s] である。衝突後に小球と板は一体となって運動するため、衝突直後の小球と板の速さは、運動量保存の法則より (4) [m/s] となった。また、衝突直後に小球と板がもつ運動エネルギーの和は (5) [J] である。

図2のように、衝突後小球と板は下降し、その速さは位置 B で最大となり、位置 C で速さ 0 (m/s) となった。位置 O と位置 B の間の距離は $OB =$ (6) [m] である。また、小球と板が位置 B から位置 C に到達するまでにかかる時間は (7) [s] であり、位置 B と位置 C の間の距離は $BC =$ (8) [m] となる。