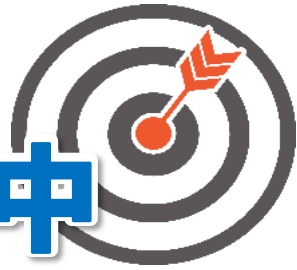


2022 ズバリ! 的中



数学

広島大学

$a_{n+1} = \sqrt{2}^{a_n}$ に対して、漸化不等式を示して、
数列の極限を求める 問題が的中

入試問題

前期日程
数学 [5] (4)

[5] 次の問いに答えよ。

- $\sqrt{2}^{(\sqrt{2}^{\sqrt{2}})}$ と $(\sqrt{2}^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}}$ との大小を比較せよ。
- 関数 $f(x)$ を $f(x) = \sqrt{2}^x$ と定義し、座標平面上の曲線 $y = f(x)$ を C とする。 C 上の点 $(2, f(2))$ における接線の方程式を、実数 m, k を用いて $y = mx + k$ と表すとき、 m と k の値をそれぞれ求めよ。
- $f(x)$ および m と k を (2) のように定める。すべての実数 x に対して $f(x) \geq mx + k$ が成り立つことを示せ。
- 数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = \sqrt{2}$ および漸化式 $a_{n+1} = \sqrt{2}^{a_n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) により定義する。自然数 n に対して

$$2 - a_{n+1} \leq (\log 2) \cdot (2 - a_n)$$

が成り立つことを示し、極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。必要ならば、自然対数の底が $e = 2.718\dots$ であることを用いてよい。

河合塾

大学受験科 完成シリーズ
数学微・積分演習
第12講 12・1 (4)、(5)

第12講

総合演習 (6)

演習

12・1

数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = \sqrt{2}, \quad a_{n+1} = (\sqrt{2})^{a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。

また、 $f(x) = (\sqrt{2})^x$ とする。

- $0 \leq x \leq 2$ における $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。
- $0 \leq x \leq 2$ における $f'(x)$ の最大値と最小値を求めよ。
- $0 < a_n < 2$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) が成立することを数学的帰納法を用いて示せ。
- $0 < 2 - a_{n+1} < (\log 2)(2 - a_n)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) が成立することを示せ。
- $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。