

[I] 図1のように、質量 m の小物体 X を地球の中心 O から距離 r だけ離れた点 A から OA に垂直な方向へ速さ v_0 で打ち出したところ、小物体 X は半径 r の円軌道を描いて地球を周回するようになった。地球の質量を M 、万有引力定数を G とし、 r は地球の半径より大きいものとする。また、地球の大気、自転および公転の影響、地球以外の天体の影響は無視できるものとする。以下の問いに答えよ。

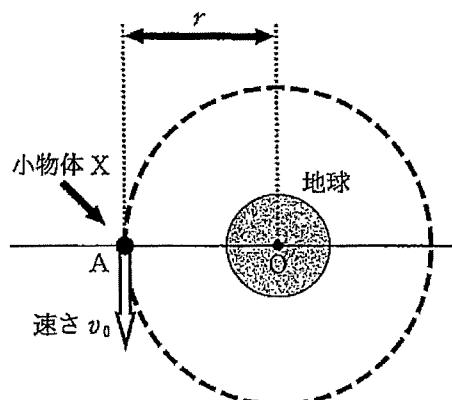


図 1

問 1 速さ v_0 を m , M , G , r のうち必要なものを用いて表せ。また、導き方も記せ。

問 2 円運動の周期を m , M , G , r のうち必要なものを用いて表せ。

図2のように点AからOAに垂直な方向へ速さ s_0 ($s_0 > v_0$)で小物体Xを打ち出した。小物体Xは点Oを一つの焦点とする橢円軌道を描いて地球を周回するようになった。このとき、点Oから最も近い軌道上の点はAで、最も遠い軌道上の点はBとなり、OB間の距離はR($R > r$)であった。

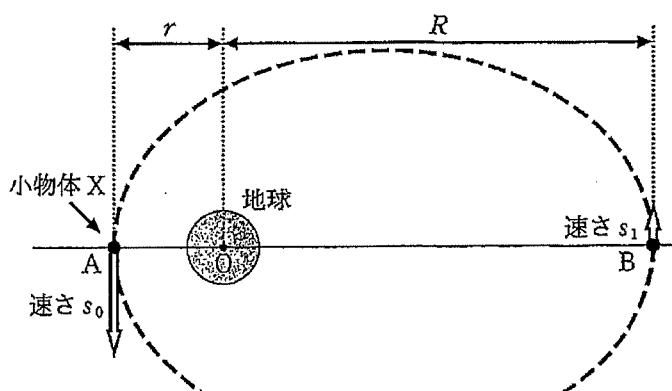


図2

問3 ケプラーの第二法則(面積速度一定の法則)から点Bでの速さ s_1 を G, M, m, R, r, s_0 のうち必要なものを用いて表せ。

問4 速さ s_0 を G, M, m, R, r のうち必要なものを用いて表せ。また、導き方も記せ。

問5 速さ s_0 がある速さ V を超えると小物体Xは、点Aに戻れなくなる。速さ V を G, M, m, r のうち必要なものを用いて表せ。また、導き方も記せ。