$\boxed{3}$ 以下の文中の $\boxed{\quad(1)\quad}$ ～ $\boxed{\quad(11)\quad}$ に適切な数式，または数値を入れよ。

図1は，半径 r〔m〕の球形の中空容器で，質量 m〔kg〕の単原子分子1 mol からなる理想気体が入っている。容器は断熱材でできており，球形を保ったまま大きさを変化させることができ，気体分子は器壁と完全弾性衝突する。容器の質量は分子の質量と比べ十分に大きく，分子の衝突によって容器の位置が変わることはなく，球の中心Oは動かない。また，分子同士の衝突は考えない。

すべての分子の速さを v〔m/s〕とすると，理想気体の内部エネルギー U〔J〕は分子の運動エネルギーの総和 $\frac{1}{2}mv^2N_A$〔J〕である。ここで，N_A はアボガドロ数である。気体定数は R〔J/(mol・K)〕とする。

問 1　図1のように，半径をr〔m〕に固定した球形の中空容器内で速さv〔m/s〕の分子が器壁の点Pに，点Pと球の中心Oとを結ぶ線と角度θ〔rad〕で衝突した。衝突前，速度のOP方向成分が $\boxed{\quad(1)\quad}$ 〔m/s〕であった分子は器壁との衝突により，速度のOP方向成分が $-\boxed{\quad(1)\quad}$ 〔m/s〕となる。ただし，OP方向成分はOからPの方向を正とする。この衝突により器壁が分子から受ける力積のOP方向成分は $\boxed{\quad(2)\quad}$ 〔N・s〕である。この分子が次に器壁に衝突するまでに $\boxed{\quad(3)\quad}$ 〔m〕移動するので，この分子は1秒間に $v/\boxed{\quad(3)\quad}$ 回器壁に衝突する。したがって，器壁がこの分子から1秒間に受ける力の大きさの平均は $\boxed{\quad(4)\quad}$ 〔N〕である。容器内の分子の速さがすべてv〔m/s〕であるとしたとき，全分子が器壁に与える力の大きさは $\boxed{\quad(4)\quad}\times N_A$〔N〕となる。この気体の圧力$p$〔Pa〕は気体の内部エネルギー$U$〔J〕および球形容器の体積$V$〔$m^3$〕を用いて $\boxed{\quad(5)\quad}\dfrac{U}{V}$〔Pa〕となる。この関係と理想気体の状態方程式より，内部エネルギーUは，絶対温度T〔K〕を用いて $U=\boxed{\quad(6)\quad}RT$ となる。

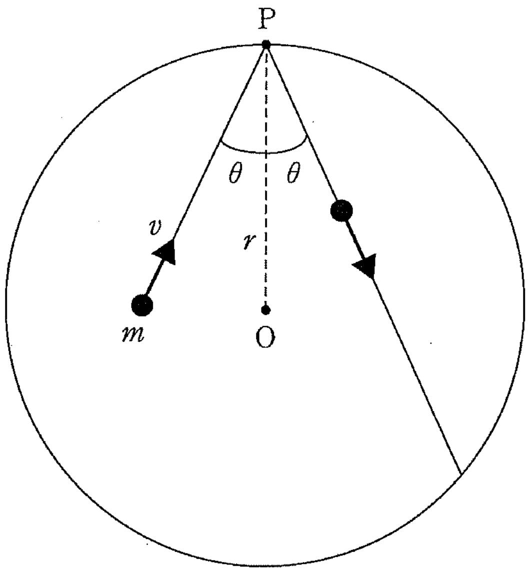

図1

問 2　つぎに断熱圧縮における体積，圧力，内部エネルギー，温度の変化について考えてみよう。図 2 のように，器壁が一定の速さ w〔m/s〕で Δt 秒間収縮し，球形容器の半径が r〔m〕から $r - w\Delta t$〔m〕に減少した。ただし，器壁の収縮の速さ w〔m/s〕は分子の速さより十分に小さい。また，器壁が収縮した距離 $w\Delta t$〔m〕は半径 r〔m〕と比べ十分に小さく，器壁が収縮している間に分子は何度も器壁と衝突する。

球形の中空容器内で速さ v〔m/s〕の分子が速さ w〔m/s〕で収縮する器壁の点 P に，点 P と球の中心 O とを結ぶ線と角度 θ〔rad〕で衝突した。衝突前，速度の OP 方向成分が $\boxed{\ \ (1)\ \ }$〔m/s〕であった分子は器壁との衝突により，跳ね返り係数が 1 であることから，速度の OP 方向成分が $-\boxed{\ \ (7)\ \ }$〔m/s〕となる。この分子の運動エネルギーの増分は，w が v より十分に小さいことから，w の 2 乗に比例する項を無視すると，$\boxed{\ \ (8)\ \ }$〔J〕となる。

Δt 秒間に球形容器の体積が V〔m^3〕から $V + \Delta V$〔m^3〕に変化した。器壁の収縮距離 $w\Delta t$〔m〕が半径 r〔m〕と比べ十分に小さいので，ΔV を $\dfrac{w\Delta t}{r}$ の 1 乗の項まで求めると，$\boxed{\ \ (9)\ \ }\dfrac{w\Delta t}{r}V$〔m^3〕である。分子が問 1 と同様に 1 秒間に $v/\boxed{\ \ (3)\ \ }$ 回器壁に衝突するものとすると，器壁が収縮している Δt 秒間に気体の内部エネルギーは，$\Delta U = \boxed{\ \ (10)\ \ }\dfrac{U}{V}\Delta V$ 増加する。

一方，理想気体の状態方程式より，気体の圧力上昇分を Δp〔Pa〕とすると，$V\Delta p + p\Delta V = R\Delta T$ の関係があるので，温度変化 ΔT〔K〕と圧力上昇分 Δp には $\Delta T = \boxed{\ \ (11)\ \ }\dfrac{T}{p}\Delta p$ の関係があることがわかる。

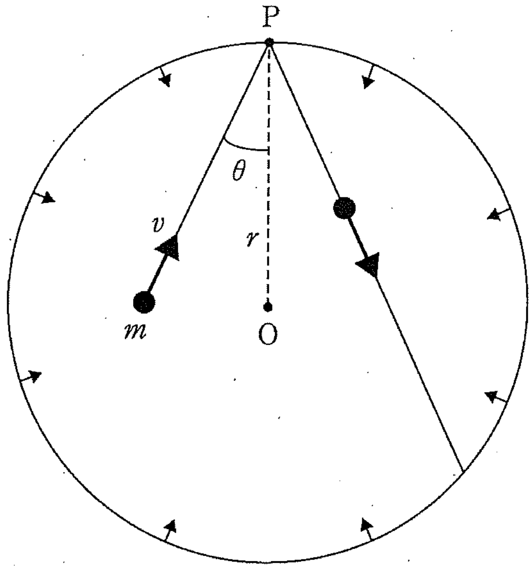

図 2