

4 X線の、物質による散乱について以下の問いに答えよ。ただし、電子の質量を m 、プランク定数を h 、光の速さを c とする。

問 1 次の各 に、適切な語句または数式を入れよ。

物質によって散乱された X 線の中には、入射 X 線の波長 λ よりも大きな波長をもつものが観測される。このような波長の変化を伴う X 線の散乱を (1) という。 (1) は、波長 λ の X 線を (2) ではなく、運動量 $p =$ (3) , エネルギー $E =$ (4) をもつ粒子(光子)と見なして、光子が物質中の静止している自由電子と弾性衝突をすると考えることによって説明できる(図 4 参照)。

図 4 において、入射光子の運動の向きに x 軸をとり、 x 軸に垂直な向きを y 軸として、波長 λ の光子と原点 O に静止した電子との間の弾性衝突を考える。衝突後の散乱光子の波長を λ' 、 x 軸に対するその散乱角を θ とし、衝突後の電子の速さを v 、 x 軸に対するその散乱角を ϕ とする。次の各問いに答えよ。

問 2 この系の、(a) x 方向の運動量、(b) y 方向の運動量、(c) エネルギー について、それぞれ、衝突の前後において成り立つ関係を求めよ。

問 3 波長のずれを $\Delta\lambda = |\lambda' - \lambda|$ とする。 $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \ll 1$ として $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ の 2 次以上の項を無視する近似を用いると、 λ_c を電子の質量を含む定数として、 $\Delta\lambda = \lambda_c(1 - \cos\theta)$ と表される。 λ_c を求めよ。

問 4 入射光子の振動数を ν とする。はね飛ばされた電子の運動エネルギーの最大値 K_M を、 m 、 h 、 c 、 ν 、 λ を用いて表せ。

問 5 光子および電子の散乱角の間には、

$$\tan \phi = A \frac{1}{\tan(\theta/2)}$$

の関係が成り立つ。 A を求めよ。ただし、任意の数式 F, G に対して $F/G = \frac{F}{G}$ である。

問 6 (1) は標的粒子が自由電子以外の場合でも起こり得る。いま、陽子によって、 $\theta = 90^\circ$ の方向に散乱された光子の波長のずれを $\Delta\lambda_p$ とする。電子の場合の同じ散乱角における波長のずれを $\Delta\lambda_e$ として、 $\Delta\lambda_p$ と $\Delta\lambda_e$ の比 $\frac{\Delta\lambda_p}{\Delta\lambda_e}$ の値を、有効数字を2桁として求めよ。ただし、電子の質量を $m = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ 、陽子の質量を $m_p = 1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$ とする。

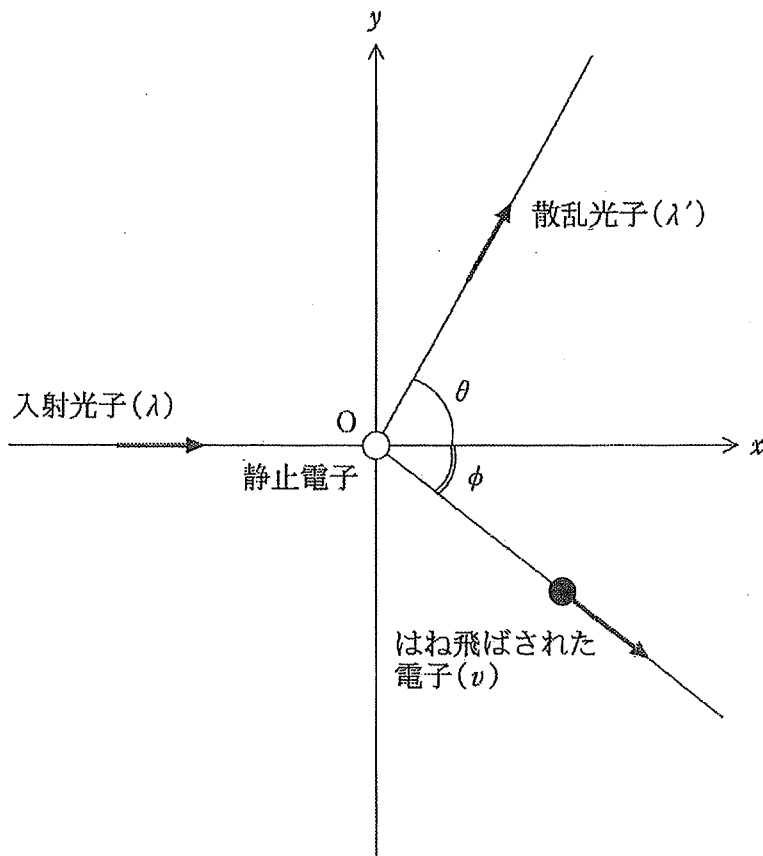


図 4