

3

次の3つの等式

$$z\bar{w} = \bar{z}w,$$

$$|z - 1| = 1,$$

$$|z - w| = 2$$

を満たす複素数 z, w について、以下の問いに答えよ。ただし $z \neq 0$ とし、 z の偏角を θ と表す。

- (1) 複素数平面において3点 $0, z, w$ は一直線上にあることを示せ。
- (2) z と w を θ を用いて表せ。
- (3) θ は $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くとする。このとき w のとりうる値について、その虚部の最大の値を求めよ。

4

座標平面において線分 $L: y = x (0 \leq x \leq 1)$, 曲線 $C: y = x^2 - x + 1 (0 \leq x \leq 1)$ および y 軸で囲まれた図形を D とする。以下の問いに答えよ。

- (1) C 上の点 $P(t, t^2 - t + 1)$ から L に下ろした垂線と L の交点を Q とする。線分 OQ の長さ u を t で表せ。ただし O は原点とする。
- (2) (1) の P, Q について線分 PQ の長さを t を用いて表せ。
- (3) 図形 D を直線 $y = x$ のまわりに1回転してできる立体の体積を求めよ。