

演習

11・2A

(1)(i) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ のとき, 不等式 $x \geq \sin x \cos x$ が成り立つことを示せ.

(ii) 関数 $f(x) = \frac{\tan x}{x}$ は $0 < x < \frac{\pi}{2}$ の範囲で増加関数であることを示せ.

(2) n を 3 以上の整数とし, 面積が 1 である正 n 角形の周の長さを l_n とする.

(i) $l_n = 2\sqrt{n \tan \frac{\pi}{n}}$ であることを示せ.

(ii) 3 以上のすべての整数 n に対して, 不等式 $l_n > l_{n+1}$ が成り立つことを示せ.

11・3A

正の整数 n に対して, $I_n = \int_1^e (\log x)^n dx$ とする.

(1) I_1 を求めよ.

(2) 等式

$$I_{n+1} = e - (n+1)I_n \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

が成り立つことを示せ.

(3) 曲線 $y = (\log x)^2$ と直線 $x = e$ および x 軸で囲まれた領域を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ.