

## 発展4

一般に、数列  $\{a_n\}$  に対して  $b_n = a_{n+1} - a_n$  で定義される数列  $\{b_n\}$  を、数列  $\{a_n\}$  の階差数列という。

(1)  $a_n = n^2(n-1)^2$  ( $n \geq 1$ ) で定義される数列  $\{a_n\}$  の階差数列  $\{b_n\}$  を求めよ。また、

これを利用して  $\sum_{k=1}^n k^3$  を求めよ。

(2)  $c_n = n^3(n-1)^3$  ( $n \geq 1$ ) で定義される数列  $\{c_n\}$  の階差数列  $\{d_n\}$  を求めよ。また、

これを利用して  $\sum_{k=1}^n k^5$  を求めよ。

(類題：北見工大)