第1講　数列 (1)

1　等差数列

ある数（初項）に一定の数を次々に加えて得られる数の列を**等差数列**という．このとき，加える数を**公差**という．

A　等差数列の一般項

初項 a，公差 d の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n は，

$$\boldsymbol{a_n = a + (n-1)d}$$

B　等差数列の和

等差数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とすると，

$$\boldsymbol{S_n = \frac{1}{2}n(a_1 + a_n)}$$

例1　等差数列

$$\{a_n\}: 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11,\ \cdots$$

は，初項 3，公差 2 であるから，一般項 a_n は，

$$\begin{aligned} a_n &= 3 + (n-1)\cdot 2 \\ &= 2n + 1 \end{aligned}$$

また，この等差数列の初項から第 n 項までの和 S_n は，

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{1}{2}\cdot n\cdot\{3 + (2n+1)\} \\ &= n(n+2) \end{aligned}$$

問1　次のような等差数列 $\{a_n\}$ がある．

$$-2,\ 1,\ 4,\ 7,\ 10,\ \cdots$$

(1)　一般項 a_n を求めよ．

(2)　初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ．

2 等比数列

ある数（初項）に一定の数を次々に掛けて得られる数の列を**等比数列**という．このとき，掛ける数を**公比**という．

A 等比数列の一般項

初項 a，公比 r の等比数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n は，

$$\boldsymbol{a_n = ar^{n-1}}$$

B 等比数列の和

初項 a，公比 r の等比数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とすると，

$$S_n = \begin{cases} \dfrac{a(1-r^n)}{1-r} & (r \neq 1 \text{ のとき}), \\ na & (r = 1 \text{ のとき}) \end{cases}$$

例 2　等比数列

$$\{a_n\}: 5,\ 10,\ 20,\ 40,\ 80,\ \cdots$$

は，初項 5，公比 2 であるから，一般項 a_n は，

$$a_n = 5 \cdot 2^{n-1}$$

また，この等比数列の初項から第 n 項までの和 S_n は，

$$S_n = \frac{5(1-2^n)}{1-2}$$
$$= 5(2^n - 1)$$

問 2　次のような等比数列 $\{a_n\}$ がある．

$$2,\ 6,\ 18,\ 54,\ 162,\ \cdots$$

(1)　一般項 a_n を求めよ．

(2)　初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ．

予習	授業	復習		

練習

1・2 第 11 項が 5 であり，初項から第 3 項までの和が 69 である等差数列 $\{a_n\}$ について，次の問に答えよ．

(1) 一般項 a_n を求めよ．

(2) 初項から第 n 項までの和を S_n とするとき，S_n の最大値を求めよ．

（*慶応義塾大）