

第5講

以下, §9, §10 においては, 三角形 ABC に対して,

$$\angle CAB = A, \angle ABC = B, \angle BCA = C, BC = a, CA = b, AB = c$$

と表記する.

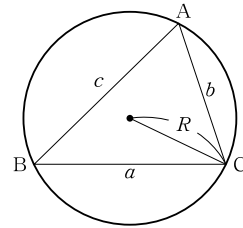
§9 正弦定理・余弦定理

Point 9

(1) 正弦定理

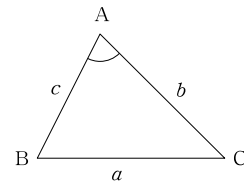
三角形 ABC の外接円の半径を R とすると,

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R.$$



(2) 余弦定理

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A, \quad \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}.$$



(3) 円に内接する四角形

四角形 ABCD が円に内接しているとき,

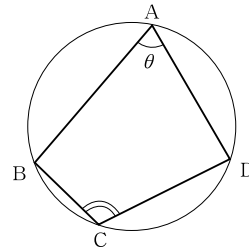
$\angle BAD = \theta$ とすると,

$$\angle BCD = 180^\circ - \theta$$

であるから,

$$\begin{cases} \sin \angle BCD = \sin(180^\circ - \theta) = \sin \theta, \\ \cos \angle BCD = \cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta \end{cases}$$

を満たす.



基本問題 9

- (1) 三角形 ABC において, $AB = \sqrt{7}$, $AC = 2\sqrt{3}$, $\cos A = -\frac{\sqrt{21}}{14}$ のとき, 辺 BC の長さを求めよ.
- (2) 三角形 ABC において, $BC = \sqrt{7}$, $A = 120^\circ$, $\sin B = \frac{\sqrt{21}}{7}$ のとき, 辺 AC の長さを求めよ. また, 三角形 ABC の外接円の半径 R を求めよ.

練習 9

三角形 ABC において, $AB=2$, $BC=3$, $CA=\sqrt{7}$ である.

- (1) $\angle ABC$ を求めよ.
- (2) 三角形 ABC の外接円の半径を求めよ.
- (3) 三角形 ABC の外接円の点 B を含まない弧 AC 上に $CD=1$ となるような点 D をとる. 線分 AD の長さを求めよ. また, 線分 BD の長さを求めよ.

チェックドリル 9

三角形 ABC において, $AB=5$, $BC=3$, $CA=7$ である.

- (1) $\angle ABC$ を求めよ.
- (2) 三角形 ABC の外接円の半径を求めよ.
- (3) 三角形 ABC の外接円の点 B を含まない弧 AC 上に $AD=5$ となるような点 D をとる. 線分 CD の長さを求めよ. また, 線分 BD の長さを求めよ.