

第2講 総合演習 (2)

演習

2・1 関数 $f(x) = \frac{x}{\log x}$ ($x > 1$) について、次の問に答えよ。

ただし、必要ならば $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\log x} = \infty$ を用いてよい。

- (1) $y = f(x)$ の増減、グラフの凹凸を調べ、グラフの概形をかけ。
- (2) x 軸上の点 $P(a, 0)$ を通り曲線 $y = f(x)$ に接する直線が、ちょうど2本引けるように、定数 a の値の範囲を定めよ。

2・2 (1) 関数 $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ は $0 < x < \frac{\pi}{2}$ で単調減少であることを示せ。

(2) 関数 $g(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} \cos x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} \sin x\right)$ の $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ における最大値と最小値を求めよ。

5・3 O を原点とする xyz 空間において、点 $(1, 1, 0)$, $(-1, 1, 0)$, $(-1, -1, 0)$, $(1, -1, 0)$, $(0, 0, 3)$ を頂点とする四角錐を A とする。

次に、 xy 平面上の、 O を中心とする半径 1 の円を H とし、平面 $z=3$ 上の、点 $(0, 0, 3)$ を中心とする半径 1 の円を K とする。 H と K を 2 つの底面とする円柱を B とし、四角錐 A と円柱 B の共通部分を C とする。

C の体積を求めよ。