11　誘電体が入ったコンデンサー

極板間の距離が d〔m〕，一辺の長さが $\sqrt{2}\,a$〔m〕の正方形の極板からなる平行板コンデンサーがある。極板の大きさに比べて距離 d は十分に小さく，極板間の電界は一様であるとみなせる。真空の誘電率を ε_0〔F/m〕とする。

図１，２のように，真空中に平行板コンデンサー ABA′B′ を水平に固定し，起電力 V〔V〕の電池をつなぐ。次に，極板の間に質量が m〔kg〕，厚さが d，一辺の長さが $2a$，誘電率が $4\varepsilon_0$ の正方形の誘電体板 PP′Q′Q を挿入する。

図１のように，上から見て誘電体板 PP′Q′Q は極板の対角線 AA′ に対して辺 PP′ を垂直に保ちながら，中心 C が常に対角線 AA′ 上にあるように動く。

図１のように，極板 ABA′B′ の中心 O を原点とし，対角線 AA′ 方向に，右向きを正とする x 軸をとる。誘電体板 PP′Q′Q の位置は中心 C の座標 x〔m〕を用いて表す。

誘電体の中心 C は $-a \leqq x \leqq a$ の範囲を動くものとし，極板と誘電体板の接触はなめらかである。また，電池の内部抵抗および導線の抵抗は無視できるものとして，以下の文の空欄に入る適当な式を記入せよ。円周率を π とする。

誘電体板をゆっくりと引き出す。図１，２のように誘電体板が位置 x にあるとき，誘電体がない部分の電気容量は $\boxed{\text{(a)}}$〔F〕で，誘電体がある部分の電気容量は $\boxed{\text{(b)}}$〔F〕であるから，全体の電気容量 $C(x)$〔F〕は，

$$C(x)=\boxed{\text{(c)}} \qquad \cdots\cdots①$$

誘電体板が位置 x から $x+\varDelta x$ まで微小に変位する間に，電池から上の極板に流れこむ電荷の電気量 $\varDelta q$〔C〕は，

$$\varDelta q=\{C(x+\varDelta x)-C(x)\}\times\boxed{\text{(d)}} \qquad \cdots\cdots②$$

で，その間に電池がする仕事 W_1〔J〕は，$\varDelta q$ を用いると，

$$W_1=\boxed{\text{(e)}} \qquad \cdots\cdots③$$

で，引き出すのに要する力を F〔N〕とすると，その間に力 F がする仕事 W_2〔J〕は，

$$W_2=\boxed{\text{(f)}} \qquad \cdots\cdots④$$

でそれぞれ与えられる。

一方，エネルギー保存の法則は，V，$C(x)$，$C(x+\varDelta x)$，W_1，W_2 を用いて，

$$\boxed{\text{(g)}}$$

と書くことができる。

これを①～④式を用いて書きかえ，$(\varDelta x)^2$ の項を無視することにより力 F が求まる。さらに，力のつり合いを用いると，誘電体板が極板間の電界から受ける力 F'〔N〕が $F'=-F=\boxed{\text{(h)}}$ と求められる。

したがって，$-a \leqq x \leqq a$ の範囲で自由に運動させると，誘電体板は原点 O を中心とする周期運動をすることがわかり，その周期 T〔s〕は $T=\boxed{\text{(i)}}$ となる。

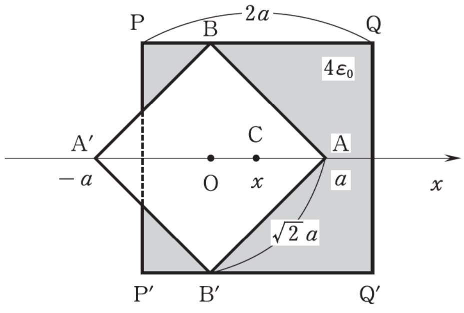

図 1

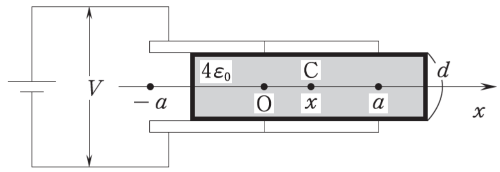

図 2

解答欄