

第1講 複素数と方程式

1 複素数と2次方程式

A 複素数の定義

$x^2 = -1$ を満たす実数 x は存在しない。しかし、数の範囲を広げることによって係数がすべて実数である2次方程式の解をすべて考えることができる。

2乗して -1 になる数の1つを考え、それを i と表す。つまり、 i は、

$$i^2 = -1$$

を満たす数である。この i を虚数単位という。また、

$$a + bi \quad (a, b \text{ は実数})$$

の形で表された数を考え、このように表された数を複素数という。

i を用いて負の数の平方根を表す記号を次のように定義する。

$$a > 0 \text{ に対して, } \sqrt{-a} = \sqrt{a}i$$

例1 x の2次方程式

$$x^2 = -5$$

の解は、

$$x = \pm \sqrt{-5} = \pm \sqrt{5}i.$$

問1 次の方程式を解け。

(1) $x^2 = -6$

(2) $2x^2 + 8 = 0$

1・3 2つの整式

$$f(x) = x^2 + x - p,$$

$$g(x) = x^4 - x^3 - 2(p+1)x^2 + px + q$$

があり、 $g(x)$ が $f(x)$ で割り切れる。ただし、 p, q は実数の定数とする。

(1) q を p を用いて表せ。

(2) 方程式 $g(x) = 0$ が異なる 4 個の実数解をもつような p の値の範囲を求めよ。