

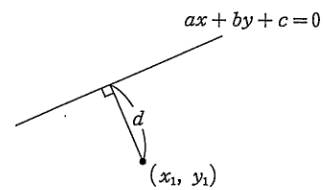
第5講

§9 円と直線

Point 9

- (1) xy 平面において、点 (x_1, y_1) と直線 $ax + by + c = 0$ の距離を d とすると、

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$



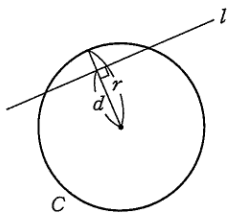
例えば、点 $(2, 1)$ と直線 $x - 2y + 10 = 0$ の距離は、

$$\frac{|2 - 2 \cdot 1 + 10|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$$

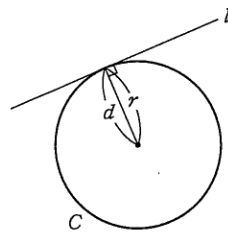
である。

- (2) 半径を r とする円 C と直線 l があり、 C の中心と l の距離を d とするとき、 C と l の位置関係は次のように分類できる。

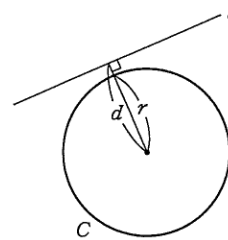
・異なる2点で交わる
 $\Leftrightarrow d < r$



・接する
 $\Leftrightarrow d = r$



・共有点をもたない
 $\Leftrightarrow d > r$



例えば、円 $C: (x-1)^2 + y^2 = 1$ と直線 $l: 2x - y + 1 = 0$ があるとき、 C の中心 $(1, 0)$ と l の距離を d とすると、

$$d = \frac{|2 \cdot 1 - 0 + 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

であり、 $d > (C$ の半径 $1)$ が成り立つことから、「 C と l は共有点をもたない」ことがわかる。

基本問題 9 ▶▶▶

- (1) 点 $(5, 4)$ と直線 $3x - 2y + 5 = 0$ の距離を求めよ.
- (2) 円 $x^2 + y^2 = 4$ と直線 $y = 3x + k$ が共有点をもたないような実数の定数 k の値の範囲を求めよ.

練習9

円 $C: x^2 + y^2 = 20$ と直線 $l: y = 2x - 8$ の交点を A, B とする。

- (1) C の中心と l の距離を求めよ。さらに、線分 AB の長さを求めよ。
- (2) 点 P が C 上を動くとき、3点 A, B, P を頂点とする三角形の面積の最大値を求めよ。

チェックドリル9

円 $C: x^2 + y^2 = 9$ と直線 $l: y = x + 2$ の交点を A, B とする。

- (1) C の中心と l の距離を求めよ。さらに、線分 AB の長さを求めよ。
- (2) 点 P が C 上を動くとき、3点 A, B, P を頂点とする三角形の面積の最大値を求めよ。