

第2講 三角比と図形(1)

基本事項

◇ 三角比

① 座標を用いた三角比の定義

原点 O を中心とする半径 r の円を考える。この円と x 軸の正の部分の交点を A とする。

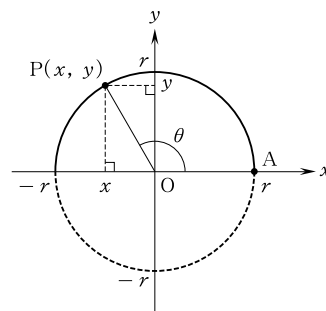
$$\angle AOP = \theta$$

となる点 $P(x, y)$ を半円 (円の上半分) 上にとると、

$$\cos \theta = \frac{x}{r},$$

$$\sin \theta = \frac{y}{r},$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} \quad (x \neq 0 \text{ のとき})$$



である。

$r=1$ のとき、

$$\cos \theta = x, \quad \sin \theta = y$$

となる。(半径 1 の円を単位円と呼ぶ)

θ	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	/	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

② 相互関係

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}, \quad \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1, \quad 1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}.$$

例題 2・1

- (1) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする. $\cos \theta = -\frac{3}{5}$ であるとき, $\sin \theta$, $\tan \theta$ の値を求めよ.
- (2) $y = \cos^2 \theta + \cos \theta$ ($0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$) とする. y の最大値, 最小値を求めよ.

【解答】

- (1) $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ より,

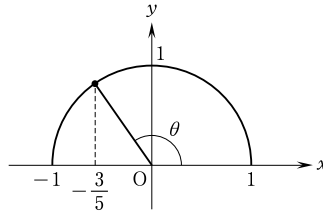
$$\begin{aligned} \sin^2 \theta &= 1 - \cos^2 \theta \\ &= 1 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}. \end{aligned}$$

$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ より, $\sin \theta \geq 0$ であり,

$$\sin \theta = \frac{4}{5}. \quad \dots (\text{答})$$

よって,

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \\ &= \frac{\frac{4}{5}}{-\frac{3}{5}} \\ &= -\frac{4}{3}. \quad \dots (\text{答}) \end{aligned}$$



- (2) $x = \cos \theta$ とおくと,

$$-1 \leq x \leq 1.$$

また,

$$\begin{aligned} y &= x^2 + x \\ &= \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \end{aligned}$$

のグラフより,

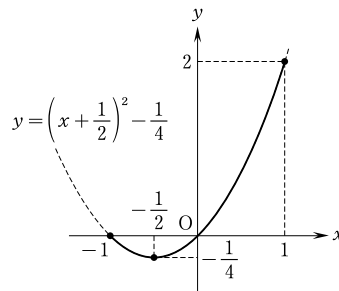
$$x = -\frac{1}{2} \text{ のとき,}$$

$$\text{最小値 } -\frac{1}{4}, \quad \dots (\text{答})$$

$$x = 1 \text{ のとき,}$$

$$\text{最大値 } 2 \quad \dots (\text{答})$$

をとる.



$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき
 $-1 \leq \cos \theta \leq 1.$

演習 ▶▶▶

2・1

(1) 次の方程式, 不等式を解け. ただし, $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする.

(i) $\sin \theta = \frac{1}{2}$

(ii) $\cos \theta \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$

(iii) $\tan \theta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

(2) $y = \cos \theta + \sin^2 \theta$ ($0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$) とする. y の最大値, 最小値と, そのときの θ を求めよ.

関連する基本事項(1) **①**(2) **①, ②**

復習問題
2・1

- (1) $\cos \theta = \frac{1}{3}$ ($0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$) のとき, $\sin \theta$, $\tan \theta$ の値を求めよ.
- (2) $y = \sin \theta + 2 \cos^2 \theta$ ($0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$) とする. y の最大値, 最小値を求めよ.

1回目	2回目	3回目

2・2

三角形 ABC があり,

$$AB = 6, \quad BC = 5, \quad CA = 4$$

である.

- (1) $\cos A$, $\sin A$ の値を求めよ.
- (2) 三角形 ABC の面積と外接円の半径を求めよ.
- (3) 三角形 ABC の内接円の半径を求めよ.

1回目	2回目	3回目