第2講 微分法の応用(1)

1 基本的な関数の導関数

(1) $(c)'=0$ (c は実数の定数)

(2) $\left(x^{\alpha}\right)'=\alpha x^{\alpha-1}$ (α は実数の定数)

(3) $(\sin x)'=\cos x$, $(\cos x)'=-\sin x$, $(\tan x)'=\dfrac{1}{\cos^2 x}$

(4) $\left(e^x\right)'=e^x$

(5) $(\log x)'=\dfrac{1}{x}$, $(\log|x|)'=\dfrac{1}{x}$

2 導関数と四則演算

(1) $\{cf(x)\}'=cf'(x)$ (c は定数)

(2) $\{f(x)\pm g(x)\}'=f'(x)\pm g'(x)$ (複号同順)

(3) $\{f(x)g(x)\}'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$ (積の微分法)

(4) $\left\{\dfrac{f(x)}{g(x)}\right\}'=\dfrac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2}$ (商の微分法)

とくに, $\left\{\dfrac{1}{g(x)}\right\}'=-\dfrac{g'(x)}{\{g(x)\}^2}$

例1 次の関数の導関数を求めよ.

(1) $y=x\sin x$　　(2) $y=\dfrac{x}{x^2+1}$

解 (1) $y'=(x)'\sin x+x(\sin x)'=\sin x+x\cos x$

(2) $y'=\dfrac{(x)'\left(x^2+1\right)-x\left(x^2+1\right)'}{\left(x^2+1\right)^2}=\dfrac{\left(x^2+1\right)-2x^2}{\left(x^2+1\right)^2}=\dfrac{1-x^2}{\left(x^2+1\right)^2}$

問1 次の関数の導関数を求めよ.

(1) $y=x\log x$　　(2) $y=\dfrac{\sqrt{x}}{x+1}$

演習

3・1　次の関数の $0 \leqq x \leqq 3$ における最大値，最小値を求めよ．

(1)　$y = \dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x+1}}$

(2)　$y = \left(x^2 - x + 1\right)e^{-x}$

3・2　与えられた x の範囲で次の不等式が成り立つことを証明せよ．

(1)　$\sin 2x < x + \dfrac{1}{\sqrt{3}}$　$(0 \leqq x \leqq \pi)$

(2)　$3x\log x < x^3 - 1$　$(x > 1)$