C　2 数を解にもつ 2 次方程式

2 数 α, β に対して，$p=\alpha+\beta$, $q=\alpha\beta$ とすると，α, β を 2 解にもつ 2 次方程式の 1 つは，

$$x^2-px+q=0$$

3　2 次関数

A　最大値・最小値

例 2　関数 $f(x)=x^2-2x+3$ について，以下のそれぞれの場合に最大値，最小値があれば求めよ．

(1)　定義域が $-2 \leqq x \leqq 0$

(2)　定義域が $0 \leqq x \leqq 3$

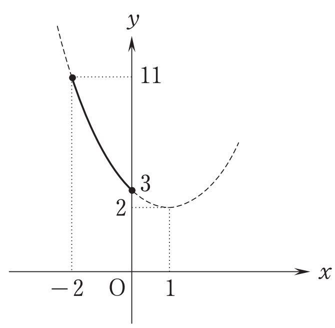
(3)　定義域が $0 < x < 3$

解　$f(x)=(x-1)^2+2$ と変形できるので，$y=f(x)$ のそれぞれの定義域におけるグラフをかいて考える．

(1)　右のグラフより，

最大値は 11，

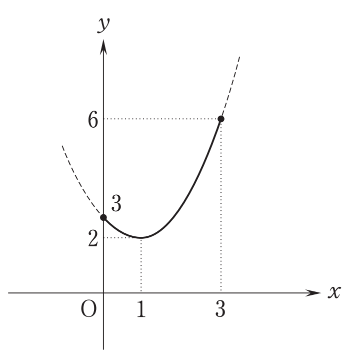
最小値は 3



(2)　右のグラフより，

最大値は 6，

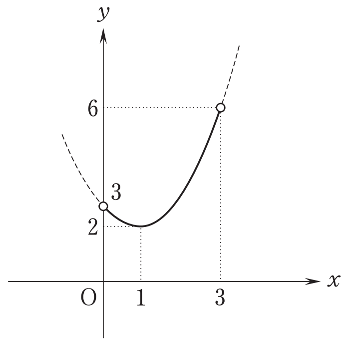
最小値は 2



(3) 右のグラフより，

最大値はなし，

最小値は 2



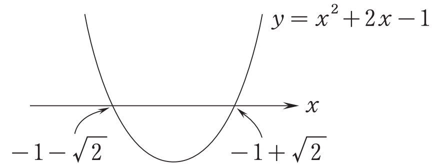
B 2次不等式の解とグラフ

例3 次の2次不等式を解け．

(1) $x^2+2x-1\geqq 0$　　　(2) $x^2+x+1\geqq 0$

解

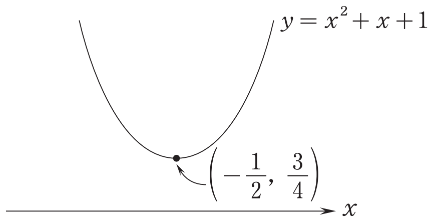
(1) $x^2+2x-1=0$ を解くと，$x=-1\pm\sqrt{2}$ であるから，$y=x^2+2x-1$ のグラフは次のようになる．



$x^2+2x-1\geqq 0$ の解は，グラフの y 座標が 0 以上となる x 座標の範囲なので，

$$x\leqq -1-\sqrt{2},\quad -1+\sqrt{2}\leqq x$$

(2) $x^2+x+1=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}$ であるから，$y=x^2+x+1$ のグラフは次のようになる．



$x^2+x+1\geqq 0$ の解は，グラフの y 座標が 0 以上となる x 座標の範囲なので，

x はすべての実数

2・3　x, y が $0 \leqq x \leqq y \leqq 2$ を満たして変化するとき，

$$z = 3x^2 - xy - 2x + y + 1$$

の最小値を求めよ．