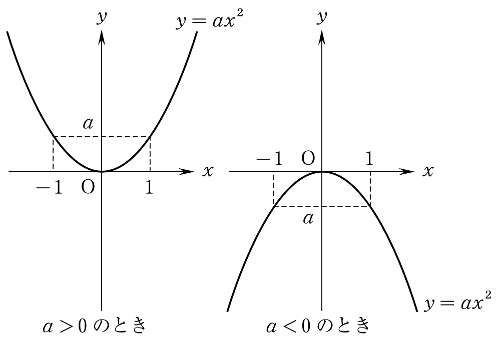
第3講　2次関数

2次関数のグラフをかき，最大値や最小値を求めることを学習する．それを図形の問題に応用し，自分で2次関数を立式することも併せて学習する．

2つの変数 x，y があり，x の値を定めると対応する y の値がただ1つ定まるとき，y は x の関数であるという．

特に，y が x の2次式で表されるものを2次関数という．

1　$y=ax^2$ のグラフ



中学校で学んだように，$y=ax^2$ $(a \neq 0)$ のグラフは，放物線とよばれる右図のような曲線になる．特に，$a>0$ のときは下に凸の放物線，$a<0$ のときは上に凸の放物線とよばれる．

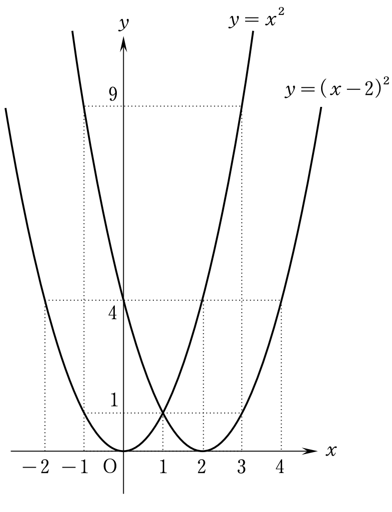
これらの曲線は左右対称であり，対称軸（右図のグラフでは y 軸）のことを放物線の**軸**という．また，軸と曲線の交点（右上図のグラフでは原点）を放物線の**頂点**という．

2　$y=a(x-p)^2$ のグラフ

$x=-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$ に対して，x^2，$x-2$，$(x-2)^2$ の値を求め，$y=x^2$ と $y=(x-2)^2$ のグラフをかいてみよう．

x，x^2，$(x-2)^2$ の値を表にまとめると，次のようになる．

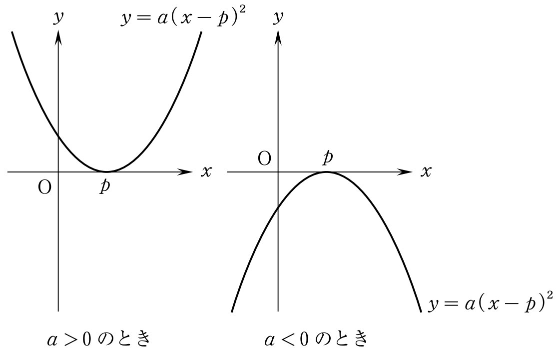
x	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	4	1	0	1	4	9	16
$x-2$	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$(x-2)^2$	16	9	4	1	0	1	4



よって，$y=x^2$ と $y=(x-2)^2$ のグラフは右図のようになる．

これより，$y=(x-2)^2$ のグラフは $y=x^2$ のグラフを x 軸方向に 2 だけ平行移動したものであることがわかる．

一般に，$y=a(x-p)^2$ $(a\neq 0)$ のグラフは，$y=ax^2$ のグラフを x 軸方向に p だけ平行移動したものである．

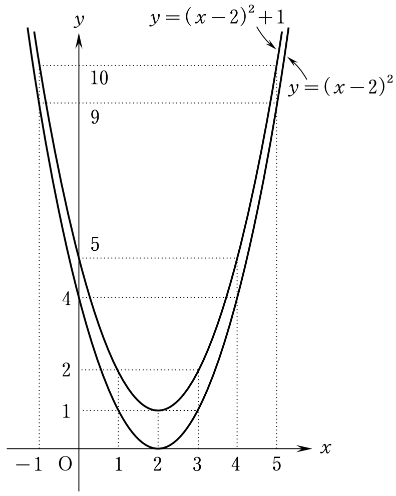


3 $y=a(x-p)^2+q$ のグラフ

$x=-1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$ に対して，$(x-2)^2$，$(x-2)^2+1$ の値を求め，$y=(x-2)^2$ と $y=(x-2)^2+1$ のグラフをかいてみよう．

x，$(x-2)^2$，$(x-2)^2+1$ の値を表にまとめると，次のようになる．

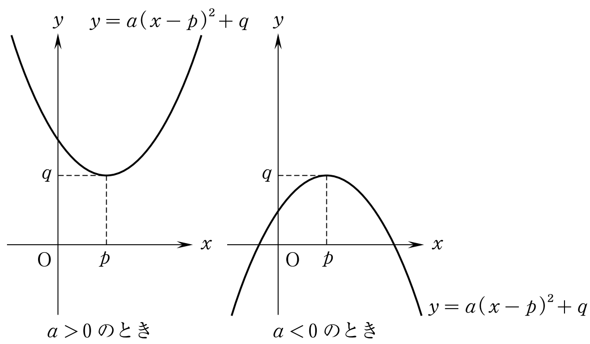
x	-1	0	1	2	3	4	5
$(x-2)^2$	9	4	1	0	1	4	9
$(x-2)^2+1$	10	5	2	1	2	5	10



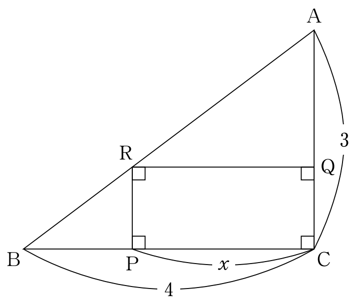
よって，$y=(x-2)^2$ と $y=(x-2)^2+1$ のグラフは右図のようになる．

これより，$y=(x-2)^2+1$ のグラフは $y=x^2$ のグラフを x 軸方向に 2，y 軸方向に 1 だけ平行移動したものであることがわかる．

一般に $y=a(x-p)^2+q$ $(a\neq 0)$ のグラフは，$y=ax^2$ のグラフを x 軸方向に p，y 軸方向に q だけ平行移動したものである．



3・3 $AC=3$, $BC=4$, $\angle ACB=90^\circ$ の直角三角形 ABC がある．辺 BC (両端を除く) 上に点 P をとり，図のように長方形 PRQC をつくる．



(1) $PC=x$ とするとき，線分 PR の長さを x を用いて表せ．

(2) P が辺 BC 上を動くとき，長方形 PRQC の面積の最大値を求めよ．