

第1講

2次関数の最大・最小

関数の値域に最も大きい値があるとき、これを**最大値**という。また、値域に最も小さい値があるとき、これを**最小値**という。

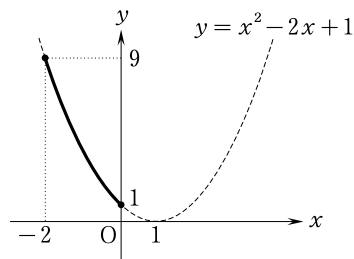
2次関数の最大値や最小値を求めるには、定義域と軸の位置関係などに注意してグラフをかいて考えるとよい。

例1 2次関数 $y = x^2 - 2x + 1$ の最大値と最小値を定義域が次のそれぞれの場合について求めよ。

- (1) $-2 \leq x \leq 0$ (2) $0 \leq x \leq 3$ (3) $3 \leq x \leq 4$

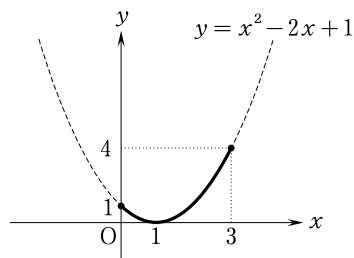
解 与えられた関数は $y = (x-1)^2$ と変形できるので、軸の方程式は $x = 1$ 、頂点の座標は $(1, 0)$ である。このことに注意して、それぞれの定義域に対するグラフをかくと、次の実線部のようになる。

- (1) 定義域が $-2 \leq x \leq 0$ のとき、



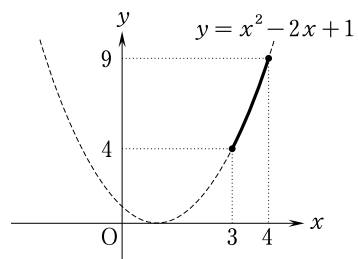
グラフより、
最大値 9, 最小値 1.

- (2) 定義域が $0 \leq x \leq 3$ のとき、



グラフより、
最大値 4, 最小値 0.

(3) 定義域が $3 \leq x \leq 4$ のとき,



グラフより,
最大値 9, 最小値 4.

問 1 2 次関数 $y = x^2 - 2x$ の最大値と最小値を定義域が次のそれぞれの場合について求めよ.

(1) $-1 \leq x \leq 0$

(2) $0 \leq x \leq 3$

(3) $3 \leq x \leq 4$

練習

1・1 関数 $f(x) = -2x^2 + 4x + 5$ について、次の問に答えよ。

- (1) $0 \leq x \leq 2$ における $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。
- (2) $0 \leq x \leq t$ (t は正の数) とする。
 - (i) $f(x)$ の最小値が -1 となるときの t の値を求めよ。
 - (ii) $f(x)$ の最大値が 7 、最小値が 5 となるような t の値の範囲を求めよ。

1・2 a を実数の定数とする。 x の 2 次関数

$$f(x) = 2x^2 - 4ax + a^2 + 2a$$

の $0 \leq x \leq 2$ における最大値を M 、最小値を m とするとき、次の問に答えよ。

- (1) $y = f(x)$ のグラフの頂点の座標を a を用いて表せ。
- (2) m を a を用いて表せ。
- (3) M を a を用いて表せ。