第3講　総合演習　(3)

Point 3･1A　三角関数の和→積の公式

$$\sin A+\sin B=2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$$

$$\sin A-\sin B=2\cos\frac{A+B}{2}\sin\frac{A-B}{2}$$

$$\cos A+\cos B=2\cos\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$$

$$\cos A-\cos B=-2\sin\frac{A+B}{2}\sin\frac{A-B}{2}$$

Point 3･1B　独立2変数関数の最大・最小

2つの変数 x, y が独立に変化するとき，これらの2変数で表された関数 $F(x,\ y)$ の最大値，最小値を求めるときは，変数を1つずつ変化させて考えるとよい．

例えば，x を固定して定数とみなし，y だけ変化させると，$F(x,\ y)$ の最大値，最小値は，固定した x を含む形になる．それらをそれぞれ x の関数 $g(x)$，$h(x)$ とみなして，次に x を変化させて $g(x)$ の最大値，$h(x)$ の最小値を求めればよい．

Point 3･2　軌跡の求め方

(1)　求める点を $(X,\ Y)$ とおく．

(2)　X，Y の関係式を導く．

（このとき，おもに次のような3つの手法がある．

(i)　題意から直接 X，Y の関係式を導く．

(ii)　X，Y が媒介変数（パラメーター）で表されているときは，その媒介変数を消去することにより X，Y の関係式を導く．このとき，媒介変数の変域を X，Y に反映させる．

(iii)　別な動点 $(u,\ v)$ が与えられているときは，u，v を X，Y で表し，これを u，v の満たす関係式に代入することで X，Y の関係式を導く．）

(3)　(2)の関係式を整理して，求める軌跡を，

「(図形の名前)：(x，y の方程式)」

などと答える．

演習

3・1

xy 平面上の半円周 $C: x^2+y^2=1,\ y\geqq 0$ 上に 2 点 A$(1,\ 0)$, B$(-1,\ 0)$ と 2 点 S$(\cos\theta,\ \sin\theta)$, T$(\cos t,\ \sin t)$ $(0<\theta<t<\pi)$ がある.

(1) 弧 AT 上を点 S が動くとき, 弦 AS の長さと弦 ST の長さの和の最大値を t を用いて表せ.

(2) 3 つの弦 AS, ST, TB の長さの和 L の最大値と, それを与える θ と t の値をそれぞれ求めよ.

(京都工芸繊維大〈改〉)

3・2

xy 平面上で, 2 定点 A$(1,\ 0)$, B$(0,\ 2)$ から直線 $l: y=mx$ に下ろした垂線の足をそれぞれ M, N とし, 線分 MN を 1:2 に内分する点を P とする. ただし, $m=0$ のときは M＝A, M＝N のときは P＝M とする.

(1) 2 点 M, N の座標を m を用いて表せ.

(2) m が変化するとき, P の軌跡を求めよ.

(和歌山大)