1　（ここには 1 の解答を記入すること。）

問(1) (a)　考え方や計算の過程：

小球について 斜面AC方向の力のつり合いより，

$kd = mg\sin\theta \cdots$①　①をdについて解く。

結果：$d = \dfrac{mg\sin\theta}{k}$

(b)　考え方や計算の過程：

点Bを含む水平面を重力による位置エネルギーの基準とする。

力学的エネルギー保存則　$mg(-3d\sin\theta) + \dfrac{1}{2}k(3d)^2 = \dfrac{1}{2}mv_0^2$

①式を代入して v_0について解く。

結果：$v_0 = d\sqrt{\dfrac{3k}{m}}$

(c)　考え方や計算の過程：

力学的エネルギー保存則　$\dfrac{1}{2}mv_0^2 = \dfrac{1}{2}mv_1^2 + mgR\cos\theta$　を

v_1について解く。

結果：$v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2gR\cos\theta}$

(d)　考え方や計算の過程：

点Cにおいて　鉛直面内の円運動の運動方程式

$m\dfrac{v_c^2}{R} = mg\cos\theta$　　これを v_cについて解く。

結果：$v_c = \sqrt{gR\cos\theta}$

(e)　考え方や計算の過程：

鉛直上向きを正とし，点Cから点Eまで小球が運動する時間をTとする。

等加速度運動の式より，$-v_1\sin\theta = v_1\sin\theta + (-g)T \cdots$②

$2R\sin\theta = v_1\cos\theta \times T \cdots$③　②式と③式より，$v_1^2 = \dfrac{gR}{\cos\theta}$

これを問(1)(c)の結果に代入して

v_0について解く。

結果：$v_0 = \sqrt{gR\left(2\cos\theta + \dfrac{1}{\cos\theta}\right)}$

1　(表より続く。)

問(2) (a) 考え方や計算の過程：斜面EGに沿ってEからGへ向かう向きを正とする。
衝突直後の小球の速度を v_2 とすると，運動量保存則 $mv_0 = mv_2 + MV_2$ …④
反発係数の式 $v_0(-1) = v_2 - V_2$ …⑤　④式と⑤式を解いて v_2, V_2 を得る。$v_2 < 0$ であり，$v_2 = |v_2|$ である。

結果：$v_2 = \dfrac{M-m}{M+m}v_0$　，$V_2 = \dfrac{2m}{M+m}v_0$

(b) 考え方や計算の過程：
小物体に作用する動まさつ力の大きさは $\mu' Mg\cos\theta$ である。小物体について力学的エネルギーと仕事の関係より，$\frac{1}{2}MV_2^2 - \mu' Mg\cos\theta \times L = Mg(-L\sin\theta)$
これをLについて解く。

結果：$L = \dfrac{V_2^2}{2g(\mu'\cos\theta - \sin\theta)}$

(c) 考え方や計算の過程：$v_2 = v_a$ のとき小球は点Dに達した直後に静止する。
力学的エネルギー保存則 $\frac{1}{2}mv_a^2 = mgR$ を v_a について解く。
$v_2 = v_b$ のとき，点Eに達した小球の速さは問(1)(d)の結果に $\theta = 45°$ を代入した $\sqrt{\frac{gR}{\sqrt{2}}}$ となるので，力学的エネルギー保存則より，
$\frac{1}{2}mv_b^2 = \frac{1}{2}m\left(\sqrt{\frac{gR}{\sqrt{2}}}\right)^2 + mg\frac{1}{\sqrt{2}}R$　これを v_b について解く。

結果：$v_a = \sqrt{2gR}$　，$v_b = \sqrt{\frac{3}{\sqrt{2}}gR}$

(d)
記号：(お)

理由：$\theta = 45°$ のとき $v_0 = \sqrt{2\sqrt{2}gR}$ である。Mを大きくすると $\frac{M-m}{M+m}$ は大きくなる。$v_2 < v_a$ を満たして小球が点Dまで到達しないとき，力学的エネルギー保存則より $h = \frac{v_2^2}{2g} = \sqrt{2}\left(\frac{M-m}{M+m}\right)^2 R$ であり，hをMで表したグラフは曲線で hは単調に増加する。$v_a < v_2 \leqq v_b$ のとき $h = R$ である。$v_2 > v_b$，すなわち $\frac{M-m}{M+m} > \frac{\sqrt{3}}{2}$ のとき，小球は点Eで台から離れるので，$h = \frac{1}{\sqrt{2}}R$ で一定となる。

2　（ここには 2 の解答を記入すること。）

問(1) (a)　考え方や計算の過程：

力学的エネルギー保存則　$mgh = \frac{1}{2}mv_1^2$

回路方程式　$v_1 BW = RI_1$

結果：$v_1 = \sqrt{2gh}$　，$I_1 = \dfrac{BW\sqrt{2gh}}{R}$　記号：（イ）

(b)　考え方や計算の過程：

時刻 t_1 での電磁力が重力よりも大きければよいので，

$I_1 BW > mg$

上式へ I_1 を代入して h について解く。

結果：$h > \dfrac{(mR)^2 g}{2(BW)^4}$

(c)　考え方や計算の過程：

エネルギー保存則　$mg(h+l) = Q + \frac{1}{2}mv_2^2$

結果：$v_2 = \sqrt{2\left\{g(h+l) - \dfrac{Q}{m}\right\}}$

(d)　考え方や計算の過程：

等加速度直線運動　$v_1 = v_2 + g\Delta t$

上式へ v_1 を代入して Δt について解く。

結果：$\Delta t = \dfrac{\sqrt{2gh} - v_2}{g}$

2　（表より続く。）

(e)

記号：（あ）

理由：t_1からt_2の間は，回路の速度が減少するので，誘導起電力も減少してゆく。よって，電流も減少する。またt_2以降は誘導起電力が0になるので，電流も0になる。

問(2) (a)　考え方や計算の過程：

回路方程式　$vBw=\dfrac{q}{c}$

上式をqについて解く。

結果：$q=$ $cvBw$

(b)　考え方や計算の過程：

時刻変化をΔt，速度変化をΔv，電気量変化をΔq，電流をIとする。

運動方程式　$Ma=Mg-IBw$ ……①

電流の定義と加速度の定義より

$I=\dfrac{\Delta q}{\Delta t}=c\dfrac{\Delta v}{\Delta t}Bw=caBw$

上式を①式へ代入する。

結果：$a=$ $\dfrac{M}{M+c(Bw)^2}g$

(c)　考え方や計算の過程：

このときの回路の速度をv'，電気量をq'とする。

エネルギー保存則　$Mg\cdot\dfrac{l}{2}=\dfrac{1}{2}Mv'^2+U$

問(2)(b)よりaは一定なので，等加速度直線運動　$v'^2-0^2=2a\cdot\dfrac{l}{2}$

2式よりv'を消去して，aを代入する。

結果：$U=$ $\dfrac{Mglc(Bw)^2}{2\{M+c(Bw)^2\}}$

3　(ここには3の解答を記入すること。)

問(1) (a)　考え方や計算の過程：

状態方程式　$p_A S(L+x)=RT_A$

結果：$p_A = \dfrac{RT_A}{S(L+x)}$

(b)　考え方や計算の過程：

ピストンにはたらく力は，空間A，Bの気体による力とばねの弾性力である。

結果：$p_A S = p_B S + kx$

(c)　考え方や計算の過程：空間A，Bの気体の圧力をp_{A1}，p_{B1}とする。

$x=\dfrac{L}{2}$ のとき，(a)(b)の結果より　$p_{A1}=\dfrac{2RT_A}{3SL}$，$p_{B1}=\dfrac{2RT_A}{3SL}-\dfrac{kL}{2S}$

空間Bの気体の状態方程式　$p_{B1}\dfrac{1}{2}SL=RT_{B1}$　にp_{B1}を代入する。

結果：$T_{B1}=\dfrac{T_A}{3}-\dfrac{kL^2}{4R}$

問(2) (a)　考え方や計算の過程：

状態1から状態2への過程において空間Bの気体は定積変化をしたので，単原子分子理想気体の定積モル比熱 $\dfrac{3}{2}R$を用いて，

$Q=\dfrac{3}{2}R(T_{B2}-T_{B1})$ …… ①

問(1)(c)の結果を代入する。

結果：$T_{B2}=\dfrac{T_A}{3}-\dfrac{kL^2}{4R}+\dfrac{2Q}{3R}$

(b)　考え方や計算の過程：

空間Bの気体の状態方程式から　$\Delta p\cdot\dfrac{1}{2}SL=R(T_{B2}-T_{B1})$

$=\dfrac{2}{3}Q$　(①式より)

結果：$\Delta p=\dfrac{4Q}{3SL}$

3　(表より続く。)

(c)　考え方や計算の過程：

空間Aの気体の温度は T_A に保たれるので，
内部エネルギーは変化しない。

結果：$\Delta U_A = 0$

(d)　考え方や計算の過程：

状態2から状態3への過程において，空間Bの気体は
断熱変化をしたので，

$$p_{B2}\left(\frac{1}{2}SL\right)^{\gamma} = p_{B3}(SL)^{\gamma}$$

結果：$p_{B3} = \dfrac{p_{B2}}{2^{\gamma}}$

(e)　考え方や計算の過程：状態3における空間Aの気体の圧力 p_{A3} は
状態方程式　$p_{A3}SL = RT_A$ より　$p_{A3} = \dfrac{RT_A}{SL}$
ピストンのつり合いより　$p_{B3} = p_{A3} = \dfrac{RT_A}{SL}$
問(2)(d)の結果より　$p_{B2} = 2^{\gamma}\dfrac{RT_A}{SL}$　……②
問(2)(b)の結果より　$Q = \dfrac{3}{4}SL(p_{B2} - p_{B1}) = \dfrac{3}{4}SL\left(2^{\gamma}\dfrac{RT_A}{SL} - \dfrac{2RT_A}{3SL} + \dfrac{kL}{2S}\right)$

結果：$Q = \dfrac{3\cdot 2^{\gamma-1} - 1}{2}RT_A + \dfrac{3}{8}kL^2$

(f)　考え方や計算の過程：ピストンが位置 x にあるときを状態Xとし，空間A，Bの
気体の圧力を p_{AX}，p_{BX} とする。
空間Aの気体の状態方程式　$p_{AX}S(L+x) = RT_A$　……③
状態2から状態Xまでの過程で空間Bの気体は断熱変化をしたので，
②より　$2^{\gamma}\dfrac{RT_A}{SL}\left(\dfrac{1}{2}SL\right)^{\gamma} = p_{BX}\{S(L-x)\}^{\gamma}$　……④
ばねの支柱のもとの位置 X_0 からの移動量が d なので，ばねの自然長からの
伸びが $x-d$ であることより　ピストンにはたらく力のつり合いの式は

$$p_{AX}S = p_{BX}S + k(x-d)$$　……⑤

③，④，⑤式より p_{AX}，p_{BX} を消去する。

結果：$d = x + \dfrac{RT_A}{kL}\left\{\left(\dfrac{L}{L-x}\right)^{\gamma} - \dfrac{L}{L+x}\right\}$

第 3 問　問(2)(f)　別解

設問文の「移動量 d 」を，状態 2 での支柱の位置 X_0+D からの「距離」と解釈した場合。

状態2での空間Aの気体の圧力と，状態3での空間AとBの気体の圧力を，それぞれ p_{A2}，p_{B3} とする。また，ピストンが x にあるときの空間 A と B の気体の圧力を，それぞれ，p'_A，p'_B とする。

力のつり合い

（状態 2 から 3）

$$0=p'_AS-p'_BS-k\{x-(D-d)\}\quad\cdots\cdots①$$

（状態 2）

$$0=p_{A2}S-p_{B2}S-k\left(\frac{L}{2}-D\right)\quad\cdots\cdots②$$

状態方程式

（状態 2 の A）

$$p_{A2}S\cdot\frac{3}{2}L=1\cdot RT_A\quad\cdots\cdots③$$

（状態 2 から 3 の A）

$$p'_AS(L+x)=1\cdot RT_A\quad\cdots\cdots④$$

（状態 3 の A と B）

$$p_{B3}SL=1\cdot RT_A\qquad\therefore p_{B3}=\frac{RT_A}{SL}\quad\cdots\cdots⑤$$

空間 B の気体の断熱変化

$$p'_B\{S(L-x)\}^{\gamma}=p_{B3}(SL)^{\gamma}\quad\cdots\cdots⑥$$

問(2)(d)と⑤式より

$$p_{B2}=2^{\gamma}\frac{RT_A}{SL}\quad\cdots\cdots⑦$$

①②式から D を消去した式へ③④⑥⑦式の p'_A，p'_B，p_{A2}，p_{B2} を代入し，d について解く。

結果：$\underline{d=\dfrac{L-2x}{2}+\dfrac{RT_A}{kL}\left\{\dfrac{L-2x}{3(L+x)}-\left(\dfrac{L}{L-x}\right)^{\gamma}+2^{\gamma}\right\}}$