第１問

Ⅰ⑴ $f_0 = \underline{\dfrac{4\pi^2 mR}{T_1^2}}$　　　$f_1 = \underline{\dfrac{2\sqrt{2}\pi^2 mR}{T_1^2}}$

⑵ $g_0 = \underline{\dfrac{GM_1}{R^2} - \dfrac{4\pi^2 R}{T_1^2}}$

Ⅱ⑴ 地球と月の向心方向の運動方程式は，

$$M_1 \frac{{v_1}^2}{a_1} = \frac{GM_1 M_2}{a^2} \qquad M_2 \frac{{v_2}^2}{a_2} = \frac{GM_1 M_2}{a^2}$$

ここで，$a_1 = \dfrac{M_2}{M_1 + M_2} a$ ，$a_2 = \dfrac{M_1}{M_1 + M_2} a$　を用いて，$v_1 = \underline{\sqrt{\dfrac{G{M_2}^2}{a(M_1 + M_2)}}}$　$v_2 = \underline{\sqrt{\dfrac{G{M_1}^2}{a(M_1 + M_2)}}}$

⑵ $x = \underline{-R - a_1 \cos \dfrac{2\pi}{T_2} t}$　　$y = \underline{-a_1 \sin \dfrac{2\pi}{T_2} t}$

⑶ $f_C = m a_1 \left(\dfrac{v_1}{a_1} \right)^2 = \underline{\dfrac{GM_2 m}{a^2}}$

⑷ 月に近づく向きを正として，

点P：$\dfrac{GM_2 m}{(a+R)^2} - \dfrac{GM_2 m}{a^2} = -GM_2 m \left(\dfrac{1}{a^2} - \dfrac{1}{(a+R)^2} \right)$　　$\therefore f_P = \underline{GM_2 m \left(\dfrac{1}{a^2} - \dfrac{1}{(a+R)^2} \right)}$ <u>遠ざかる方向</u>

点Q：$\dfrac{GM_2 m}{(a-R)^2} - \dfrac{GM_2 m}{a^2} = GM_2 m \left(\dfrac{1}{(a-R)^2} - \dfrac{1}{a^2} \right)$　　$\therefore f_Q = \underline{GM_2 m \left(\dfrac{1}{(a-R)^2} - \dfrac{1}{a^2} \right)}$ <u>近づく方向</u>

Ⅲ　設問Ⅱの考察より，

$$f_S = GM_3 m \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{(b+R)^2} \right)$$

ここで，$R \ll a$ ，$R \ll b$　なので，

$$f_P = GM_2 m \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{(a+R)^2} \right) \fallingdotseq \frac{2GM_2 mR}{a^3} \qquad f_S = GM_3 m \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{(b+R)^2} \right) \fallingdotseq \frac{2GM_3 mR}{b^3}$$

よって，$\dfrac{f_S}{f_P} = \dfrac{M_3}{M_2} \left(\dfrac{a}{b} \right)^3 \fallingdotseq 0.44\cdots$　　　$\boxed{\text{ア}}$ の答え　<u>4</u>

第２問

Ⅰ(1)　ア　$\underline{BLd}$　　イ　$\underline{\dfrac{v_a B^2 L^2 d}{R}}$

(2)　エネルギー保存則より，

$$\frac{1}{2}m{v_1}^2 - \frac{1}{2}m{v_0}^2 = -\frac{v_a B^2 L^2 d}{R} \quad \therefore\ v_1 = \underline{v_0 - \frac{B^2 L^2 d}{mR}}$$

Ⅱ(1)　誘導起電力は時計回りで大きさ $v_a BL$ だから，
電流の大きさは，

$$I = \underline{\frac{v_a BL - V}{R}}$$

(2)　コイルが磁場から受ける力は，

$$F = -LIB = \underline{-\frac{(v_a BL - V)BL}{R}}$$

(3)　誘導起電力は反時計回りだから，回路に電流は流れない。
よって，コイルが磁場から受ける力は　$\underline{0}$

(4)　③

(5)　速さ一定のとき，電流が 0 となるから，

$$v_\infty BL = V \quad \therefore\ v_\infty = \underline{\frac{V}{BL}}$$

Ⅲ(1)　端子 A の電位：$\underline{2v_a BL}$　端子 B の電位：$\underline{v_a BL}$

(2)　エネルギー保存則より，

$$\frac{1}{2}m{v_1}^2 - \frac{1}{2}m{v_0}^2 = -\left(\frac{v_a B^2 L^2 d}{R_1} + \frac{v_a B^2 L^2 d}{R_2}\right)$$

$\dfrac{v_0 + v_1}{2} = v_a$ および $v_2 = v_1$ を考えて，

$$|\,v_2 - v_0\,| = \underline{\frac{B^2 L^2 d\,(R_1 + R_2)}{mR_1 R_2}}$$

ここで，$R_1 + R_2 = 6R$ で一定であり，
$R_1 R_2 = R_1(6R - R_1)$　は $R_1 = 3R$ のときに最大値をとるから，

$|\,v_2 - v_0\,|$ を最小にする R_1 は $\underline{3R}$

第３問

Ⅰ (1)　領域１の長さを $l_1 = \dfrac{V_1}{S}$，領域２の長さを $l_2 = \dfrac{V_2}{S}$ とする。気体Ｘの分子１個がピストンに衝突するときに与える力積は１回あたり $2m_X v_z$ であり，気体Ｘの分子は単位時間に $\dfrac{v_z}{2(l_1+l_2)}$ 回衝突するので，その力は $2m_X v_z \times \dfrac{v_z}{2(l_1+l_2)}$ となる。全分子にわたって和をとると，$F_1 = \underline{\dfrac{N_A m_X \overline{v_z^2}}{V_1+V_2}S}$，

(2) シリンダーの底面が気体Ｙから受ける力は(1)と同様にして，$\dfrac{N_A m_Y \overline{w_z^2}}{V_2}S$，

$$\therefore \quad F_2 = \underline{\dfrac{N_A m_X \overline{v_z^2}}{V_1+V_2}S + \dfrac{N_A m_Y \overline{w_z^2}}{V_2}S}$$

(3) $\dfrac{1}{2}m_X\overline{v_z^2} = \dfrac{1}{2}m_Y\overline{w_z^2} = \dfrac{1}{2}kT$，$N_A k = R$ なので，

$$p_1 = \frac{F_1}{S} = \underline{\frac{RT}{V_1+V_2}},\quad p_2 = \frac{F_2}{S} = \underline{RT\left(\frac{1}{V_1+V_2}+\frac{1}{V_2}\right)}$$

(4) 気体Ｘ，Ｙはいずれも単原子分子，１モルなので，内部エネルギーはそれぞれ $\dfrac{3}{2}RT$，

$$\therefore \quad U = \underline{3RT}$$

Ⅱ (1)　Ⅰ(4)より $\Delta U = 3R\Delta T$，外部との間で熱のやりとりがなかったので

熱力学の第一法則より $\Delta U = p_1\Delta V_1$　　$\therefore \quad \Delta T = \underline{\dfrac{p_1\Delta V_1}{3R}}$

(2) Ⅰ(3)の結果より，$p_1(V_1+V_2) = RT$，$(p_1+\Delta p_1)(V_1-\Delta V_1+V_2) = R(T+\Delta T)$

$$\therefore \quad -p_1\Delta V_1 + \Delta p_1(V_1+V_2) \fallingdotseq R\Delta T$$

Ⅱ(1)より，$R\Delta T = \dfrac{p_1\Delta V_1}{3}$　　$\therefore \quad \dfrac{\Delta p_1}{p_1} = \underline{\dfrac{4}{3}} \times \dfrac{\Delta V_1}{V_1+V_2}$

Ⅲ (1)　求める温度を T' とすると，ピストンに働く力のつり合いとⅠ(3)の結果より

$$p_1 = \frac{RT'}{2V_1+V_2} = \frac{RT}{V_1+V_2}\qquad \therefore \quad T' = \underline{\frac{2V_1+V_2}{V_1+V_2}T}$$

(2) 求める熱量を Q とする。気体ＸとＹの内部エネルギーの合計の増加は $3R(T'-T)$，ピストンに働く圧力が一定なので外部に向かってした仕事は p_1V_1，したがって熱力学の第一法則より

$$Q = 3R(T'-T) + p_1V_1 = \underline{4RT\frac{V_1}{V_1+V_2}}$$