

現代数学

現代数学基礎

原則としてK会3年目の方、または、高校数学について一通り理解している方を対象とします。詳しくはご相談ください。

中高数学は数学という学問領域の入り口にすぎません。このコースではその先に広がる現代数学について学びます。現代数学1年目となるこの講座では、中高数学で学んできた四則演算や微積分を捉えなおすことが目標になります。一般化・抽象化することにより明快な理論が完成し、さらには新たな理論に繋がるという現代数学の体系に親しむことができるでしょう。

	講	<集合と代数系>	<極限と位相>
1 学期	1	論理・集合・写像	\mathbb{R} の性質
	2	集合の構成	実数列の極限
	3	商集合と well-definedness	
	4		
	5	代数系と準同型	距離空間
	6		
	7	部分群・剩余群	位相空間
	8		
	9	部分加群・剩余加群	連結性・コンパクト性
	10	部分環・イデアル・剩余環	
	11	環と普遍性	\mathbb{R} の構成

夏期講習

	講	<線型代数学>	<多変数の微積分>
2 学期	1	自由加群と行列	Euclid 空間における微分
	2		
	3	テンソル積	陰関数定理・逆関数定理
	4	外積と行列式	
	5		
	6	体上の加群	Lebesgue 測度
	7	対角化	
	8	Jordan 標準形	可測関数の積分
	9		
	10	単因子論	変数変換公式
	11		

冬期講習

	講	<ホモロジー論>	<複素解析学>
3 学期	1	ホモロジー代数	正則関数
	2		
	3	ホモロジー理論の公理	Cauchy の積分公式
	4	胞体複体のホモロジー群	
	5		
	6	単体的複体のホモロジー群	孤立特異点
	7	特異ホモロジー群	解析接続と特殊関数

春期講習

※カリキュラムおよび進度は変更になることがあります。

現代数学発展 α

原則として「現代数学基礎」を受講された方を対象とします。詳しくはご相談ください。

この講座では「現代数学基礎」で学んだ知識に基づき、現代的な整数論に入門します。1学期は準備として、既に学んだ「環」および「体」についてさらに深く掘り下げます。2学期はこれらの道具を手に、整数の一般化である「代数的整数」の性質を調べます。そして3学期には、整数論の金字塔とも言える理論「局所類体論」に到達します。代数・幾何・解析を縦横に用いる現代整数論の醍醐味を味わうことができるでしょう。

	講	<環と体>
1 学期	1	素イデアル
	2	
	3	分数化
	4	環論の基礎概念
	5	
	6	環のスペクトラム
	7	整射
	8	
	9	体の拡大
	10	Galois 理論
	11	微分加群

夏期講習

	講	<代数的整数論>
2 学期	1	代数体の整数環
	2	Dedekind 整域
	3	Dedekind 整域の素イデアル分解
	4	素イデアルの分解
	5	Galois 拡大における分解
	6	円分体と 2 次体
	7	格子点の幾何学
	8	Poisson 和公式
	9	单数定理
	10	ゼータ関数
	11	類数定理

冬期講習

	講	<局所類体論>
3 学期	1	位相群・位相環・局所体
	2	
	3	局所体の拡大
	4	分岐群
	5	Lubin-Tate 形式群
	6	Lubin-Tate 拡大と Artin 写像
	7	Artin 写像とノルム群

春期講習

※カリキュラムおよび進度は変更になることがあります。

現代数学発展 β

原則として「現代数学基礎」を受講された方を対象とします。詳しくはご相談ください。

この講座では受講生の皆さんのが主体となって専門書を読んでいくゼミ形式での授業が行われます。どの分野を扱うかは受講生の興味に応じて担当の講師が提案します。興味のある分野の高度な内容について触れるができるだけでなく、自ら専門書の証明や記述を読み解いていく過程で基礎的な概念の定着が可能になります。はじめから本の全ての内容を自力で理解することは困難ですが、講師によるサポートや解説、他の受講生との協力を通して、独学では得られにくい知識や発想を身に付けることができます。

<使用テキスト例>

- ・多様体の基礎（松本幸夫 著）
- ・Representation theory of finite groups (B. Steinberg 著)
- ・Graphs on Surfaces (B. Mohar, C. Thomassen 著)

法則 quadratic reciprocity law)

$$\left(\frac{p}{\ell}\right) \left(\frac{\ell}{p}\right) = (-1)^{\frac{p-1}{2} \frac{\ell-1}{2}}$$

$\stackrel{1}{=} \frac{\ell-1}{2} \left(\frac{\ell}{p}\right)$ と同値である。また

$$\stackrel{1}{=} \frac{\ell-1}{2} = \left(\frac{-1}{p}\right)^{\frac{\ell-1}{2}} = \left(\frac{(-1)^{\frac{\ell-1}{2}}}{p}\right)$$

ば、示すべき等式は $\left(\frac{p}{\ell}\right) = \left(\frac{\ell}{p}\right)$

$\mathbb{Q}(\mu_\ell)$ とおくと、系 11.14 より ℓ は M_ℓ において不分岐であるので、

$$\begin{array}{ccc} \text{Gal}(K_\ell/\mathbb{Q}) & \xrightarrow[\text{res}]{} & \mathbb{F}_\ell^\times \\ \downarrow & & \downarrow (\frac{\cdot}{\ell}) \\ \text{Gal}(M_\ell/\mathbb{Q}) & \xrightarrow[\cong]{} & \{\pm 1\} \end{array}$$

は制限写像).

$\text{Gal}(K_\ell/\mathbb{Q})$ の像を右回り、下 $\ell \equiv 1 \pmod{\ell}$ だから、右回りでは

※カリキュラムおよび進度は変更になることがあります。