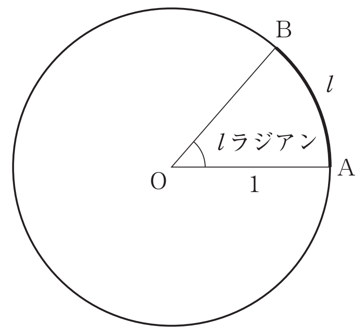
第8講　三角関数の基礎

1　弧度法と一般角

A　弧度法

角の大きさを表すのに，これまでは直角の $\dfrac{1}{90}$ を 1° と定め，これを単位とする**度数法**を用いてきた．これに対して，弧の長さに着目して角を測る**弧度法**という方法がある．

半径 1 の円において，弧の長さは中心角に比例する．そこで，長さ l の弧 AB に対応する中心角の大きさを l（ラジアン）と定める．



∠AOB が 180° のとき，弧 AB の長さは π であるから

$$\mathbf{180^\circ = \pi}\ \textbf{ラジアン}$$

となる．また，1 ラジアンは弧 AB の長さが 1 になるような角であるから，

$$1\ \text{ラジアン} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ \fallingdotseq 57.3^\circ$$

である．

以下，度数法と混乱がない限り，弧度法については，単位をつけず用いるものとする．

例 1　次の角を弧度法で表せ．

(1)　90°　　(2)　30°　　(3)　60°

解

(1)　$180^\circ = \pi$（ラジアン）であるから，$90^\circ = \pi \div 2 = \dfrac{\pi}{2}$.

(2)　$180^\circ = \pi$（ラジアン）であるから，$30^\circ = \pi \div 6 = \dfrac{\pi}{6}$.

(3) $180° = \pi$（ラジアン）であるから，$60° = \pi \div 3 = \dfrac{\pi}{3}$.

問 1 次の角を弧度法で表せ.

(1) $45°$　　　　(2) $120°$

例 2 次の角を度数法で表せ.

(1) $\dfrac{3}{4}\pi$　　　　(2) 2π

解

(1) π（ラジアン）$= 180°$ であるから，$\dfrac{3}{4}\pi = 180° \times \dfrac{3}{4} = 135°$.

(2) π（ラジアン）$= 180°$ であるから，$2\pi = 180° \times 2 = 360°$.

問 2 次の角を度数法で表せ.

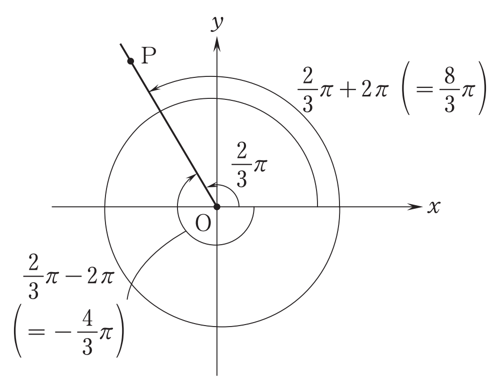
(1) $\dfrac{5}{6}\pi$　　　　(2) $\dfrac{4}{3}\pi$

B 一般角

O を原点とする座標平面上で，半直線 OP が回転するとき，OP を**動径**という.

反時計回りを**正の向き**，時計回りを**負の向き**と定め，x 軸の正の向きから角 θ だけ回転した位置にある動径を**角 θ の動径**という.

例えば，右の図で，動径 OP は $\dfrac{2}{3}\pi$ の動径であり，同時に $-\dfrac{4}{3}\pi$ の動径，$\dfrac{8}{3}\pi$ の動径でもある.



$\dfrac{2}{3}\pi$，$-\dfrac{4}{3}\pi$，$\dfrac{8}{3}\pi$ を，動径 OP の表す角という.

このように負の角や 2π よりも大きい角にまで意味を広げて考えた角を**一般角**という.

練習

8・1 ［1］ 次の値を求めよ.

(1) $\sin\frac{5}{4}\pi$ (2) $\cos\left(-\frac{5}{3}\pi\right)$ (3) $\tan\frac{7}{3}\pi$

［2］ 次の方程式を（ ）の範囲で解け.

(1) $\sin\theta=\frac{1}{2}$ $(0 \leqq \theta < 2\pi)$

(2) $\sqrt{2}\cos\theta-1=0$ $(0 \leqq \theta < 4\pi)$

8・2　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の不等式を解け．

(1)　$2\cos\theta - \sqrt{3} > 0$

(2)　$2\cos^2\theta + 7\sin\theta - 5 \leqq 0$